

MPH-02

December - Examination 2016

MSC (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Numerical Analysis**

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper - MPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English Version will be final for all purposes. Check you paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र तीन खंडों 'अ' 'ब' एवं 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति के स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम माना जायेगा। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। आपको बिना प्रोग्रामिंगवाले कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है। परन्तु कैलकुलेटर के हस्तान्तरण की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 2 = 16**

Very Short Answer Type Questions (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question you delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 02 marks.

खण्ड - 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Find divergence of $x^2 \vec{r}$.

फलन $x^2 \vec{r}$ का अपसरण ज्ञात करें।

(ii) Write the full form of CAD.

शब्द CAD का पूर्ण रूप लिखें।

(iii) Write the term $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$ in terms of δ notation.

पद $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$ को δ के पदों में लिखें।

(iv) Find the value of $\int_4^{5.2} y dx$ using Trapezoidal rule.

$\int_4^{5.2} y dx$ का मान ट्रेपेजोइडल नियम से ज्ञात कीजिए।

x	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2
y	1.38	1.43	1.48	1.53	1.57	1.60	1.65

- (v) Find the eigen values of following matrix
निम्न मेट्रिक्स के आइगेन मान ज्ञात कीजिए।

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

- (vi) Calculate the

$$\int_{-1}^1 \left[\frac{d}{dx} \{H_3(x)\} + H_5(x) \right] dx$$

Here H denotes Hermite polynomials.

समाकल $\int_{-1}^1 \left[\frac{d}{dx} \{H_3(x)\} + H_5(x) \right] dx$ की गणना करें।

यहाँ H हरमाइट बहुपद है।

- (vii) Plot the function $\frac{4P_3(x)}{P_1(x)}$ with x . Here P denotes Legendre polynomials.

फलन $\frac{4P_3(x)}{P_1(x)}$ को x के साथ ग्राफ बनाओ यहा P लिजेन्ड्र बहुपद है।

- (viii) Which of the following is wrong relation about Bessel function? Write the correct relation also.

बेसल फलन के सम्बन्ध में कौनसा सम्बन्ध गलत है? तथा सही सम्बन्ध भी लिखें।

(a) $J_{-2}(x) = J_2(x)$ (b) $J_{-3}(x) = J_3(x)$

(c) $J_{-1/2}(x) = J_{1/2}(x) \cot x$ (d) $J_{-4}(x) = J_4(x)$

Section - B**4 × 8 = 32****Short Answer Questions**

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

लघु उत्तर वाले प्रश्न

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Matrix A is given as

$$A = \begin{bmatrix} -i & 1 & 2+i \\ -1 & 0 & 3i \\ -2+i & 3i & i \end{bmatrix}$$

Writing all proper steps check type of matrix that is this matrix Hermitian or Skew Hermitian?

मेट्रिक्स A इस प्रकार है

$$A = \begin{bmatrix} -i & 1 & 2+i \\ -1 & 0 & 3i \\ -2+i & 3i & i \end{bmatrix}$$

सभी प्रमुख पदों को लिखते हुए मेट्रिक्स के प्रकार की जाँच करें कि क्या यह हर्मिशियन मेट्रिक्स है या विषम हर्मिशियन है? क्या आप यह कह सकते हैं कि यह न तो हर्मिशियन है न ही विषम हर्मिशियन है?

- 3) Check the analyticity of function

$$f(z) = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3 + 5).$$

फलन $f(z) = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3 + 5)$ की एनेलिटिसिटी की जाँच करें।

- 4) Determine the residues at the poles for following function

$$f(z) = \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2$$

फलन $f(z) = \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2$ के लिए ध्रुवों पर रेजिड्यू ज्ञात करें।

- 5) Vector $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$

Evaluate $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ from $t = 0$ to $t = 1$ along the path

$$C: x = t, y = t^2, z = t^3$$

सदिश $\vec{A} = (3x^2 + 6y)\hat{i} - 14yz\hat{j} + 20xz^2\hat{k}$ समाकल $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{r}$ को

$t = 0$ से $t = 1$ तक पथ के लिए ज्ञात करें जहाँ पथ

$$C: x = t, y = t^2, z = t^3 \text{ है।}$$

- 6) Find the Fourier transform of $f(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$

निम्न फलन का फूरिये रूपान्तर ज्ञात करें।

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

7) Find the Laplace transform of

$$3t^4 - 2t^{3/2} + 6 + 5 \sin(2t) - 3 \cos(2t)$$

निम्न फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करें।

$$3t^4 - 2t^{3/2} + 6 + 5 \sin(2t) - 3 \cos(2t)$$

8) Evaluate $\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-(x)^{1/3}} dx$

निम्न $\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-(x)^{1/3}} dx$ ज्ञात करें।

9) Solve the partial differential equation.

$(3x + y - z)p + (x + y - z)q = 2(z - y)$ Here symbols have usual meanings.

निम्न आंशिक अवकल समीकरण हल करें।

$(3x + y - z)p + (x + y - z)q = 2(z - y)$ यहाँ प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं।

Section - C

2 × 16 = 32

Long Answer Questions

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) (a) Determine the residues at the poles of the function
निम्न फलन के ध्रुवों पर रेजिड्यू ज्ञात करें।

$$f(z) = \frac{z^2 + 4}{z^3 + 2z^2 + 2z}$$

- (b) Determine the eigenvalues and eigenvectors for following matrix

निम्न सदिश के आइगेन मान व आइगेन सदिश ज्ञात करें।

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

- 11) Find the Fourier coefficients corresponding to the function with period 10.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$$

Find the corresponding Fourier series.

आवृत्तकाल 10 के लिए निम्न फलन के लिए फूरिये गुणांक ज्ञात करें।

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}$$

तथा संगत फूरिये श्रेणी भी ज्ञात करें।

- 12) Verify Stokes' theorem for $\vec{F} = (y - z + 2)\hat{i} + (yz + 4)\hat{j} - xz\hat{k}$
Where S is the surface of the cube

$x = 0, y = 0, z = 0, x = 2, y = 2, z = 2$ above the xy plane.

फलन $\vec{F} = (y - z + 2)\hat{i} + (yz + 4)\hat{j} - xz\hat{k}$ के लिए स्टोक प्रमेय सत्यापित करो जहां घन की सतह S तल xy के उपर इस तरह है:

$x = 0, y = 0, z = 0, x = 2, y = 2, z = 2$.

- 13) (a) Dividing the interval 0 to 1 in 10 equal parts and using Simpson's 1/3 rule find

0 से 1 के अन्तराल को बराबर 10 भागों में विभाजित करते हुए सिम्पसन के 1/3 नियम से ज्ञात करें

$$\int_0^1 \frac{1}{(1+2x)^2} dx$$

- (b) Perform four iterations of the Newton-Raphson method to find the smallest positive root of the equation.

$$x^3 - 5x + 1 = 0$$

समीकरण $x^3 - 5x + 1 = 0$ पर चार पुनरावर्त करते हुए न्यूटन रेफसन विधि से सबसे छोटे धनात्मक मूल को ज्ञात करें।

—————